

Relations de commutation canoniques

Représentations en systèmes fini ou infini-dimensionnels

Marco Falconi

JANVIER–FÉVRIER 2015.

Dans ce cours on va analyser les Relations de Commutation Canoniques de la mécanique quantique—acronymisées en anglais CCR—d’un point de vue mathématique.

L’étude de leur représentations en systèmes avec un nombre fini de degrés de liberté s’inscrit dans la théorie des représentations des groupes localement compacts développée par George W. Mackey dans les années 50 et 60 du XX siècle ¹.

En théories du champ—où les degrés de liberté sont infinis—les CCR ne constituent plus un groupe localement compact. Il y a donc plusieurs représentations non équivalentes des CCR. Ça comporte qu’en général il n’y a pas d’équivalence entre une théorie du champ interagissante et sa correspondante théorie libre. Ce dernier résultat est connu comme théorème de Haag.

Esquisse du programme :

Cours 1 . Introduction ; CCR en mécanique quantique.

Cours 2 . Théorème de Stone et von Neumann ; représentation de Bargmann-Fock.

Cours 3 . Note introductive à la théorie de Mackey.

Cours 4 . CCR en théories du champ ; théorème de Haag.

1. En fait, Mackey a construit sa théorie exactement comme généralisation du théorème de Stone et von Neumann sur la caractérisation des représentations unitaires des CCR.